
Modèle asymptotique pour l'amortissement Landau en physique des plasmas.

Belaouar Radoin

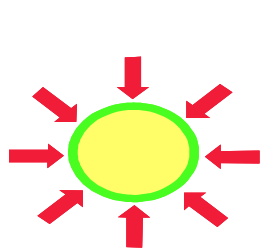
IRMA-ULP, Strasbourg, INRIA-Lorraine (Projet CALVI).

Collaborations : T. Colin, C. Galusinski (MAB Bdx1), G. Gallice (CEA-CESTA),
V. Tikhonchuk (CELIA Bdx1).

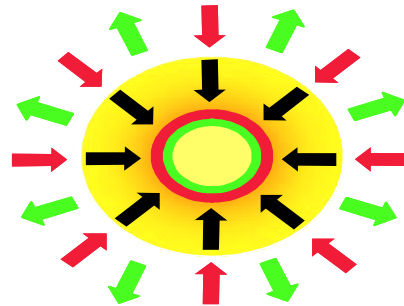
Motivation et contexte physique.

Motivation: Simulation en laboratoire de la fusion par confinement inertiel (LMJ, NIF).

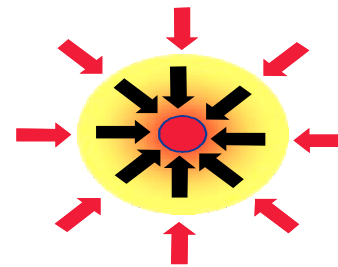
Méthode: Focaliser plusieurs faisceaux laser sur une cible de D-T pour activer la fusion.



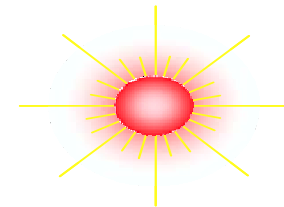
Chauffage de la cible par la source d'énergie



Création d'un plasma qui comprime le DT



Ignition à partir d'un point chaud

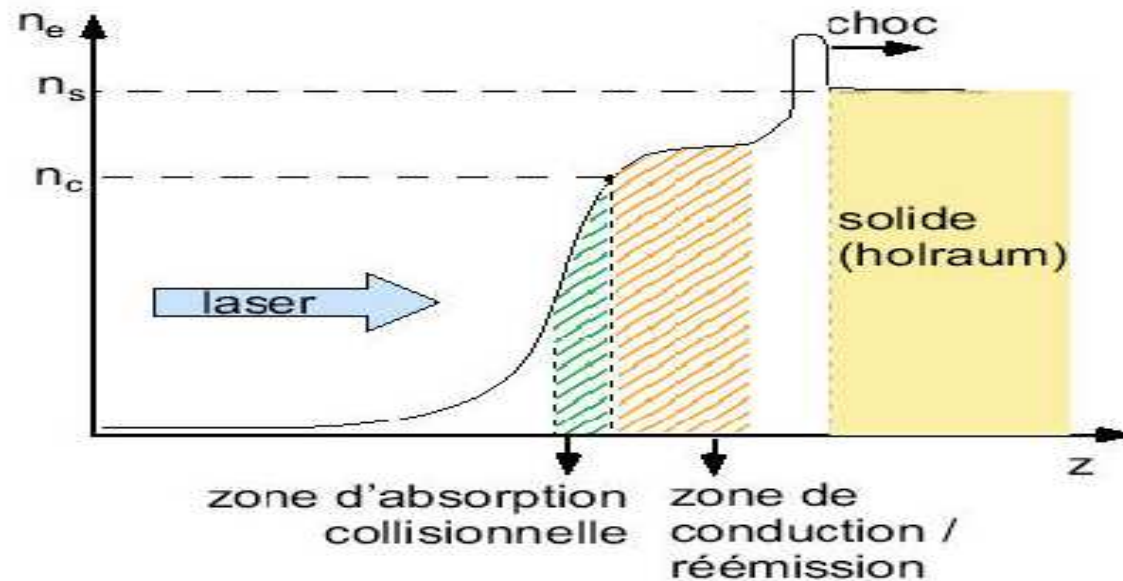


Combustion

=> Création d'un plasma par ionisation de la cible: interaction non-linéaire avec le laser.

But: Comprendre et décrire les phénomènes non-linéaires qui vont nuire au rendement de la réaction.

INTERACTION LASER-PLASMA.



Trois types d'ondes se propagent dans le plasma :

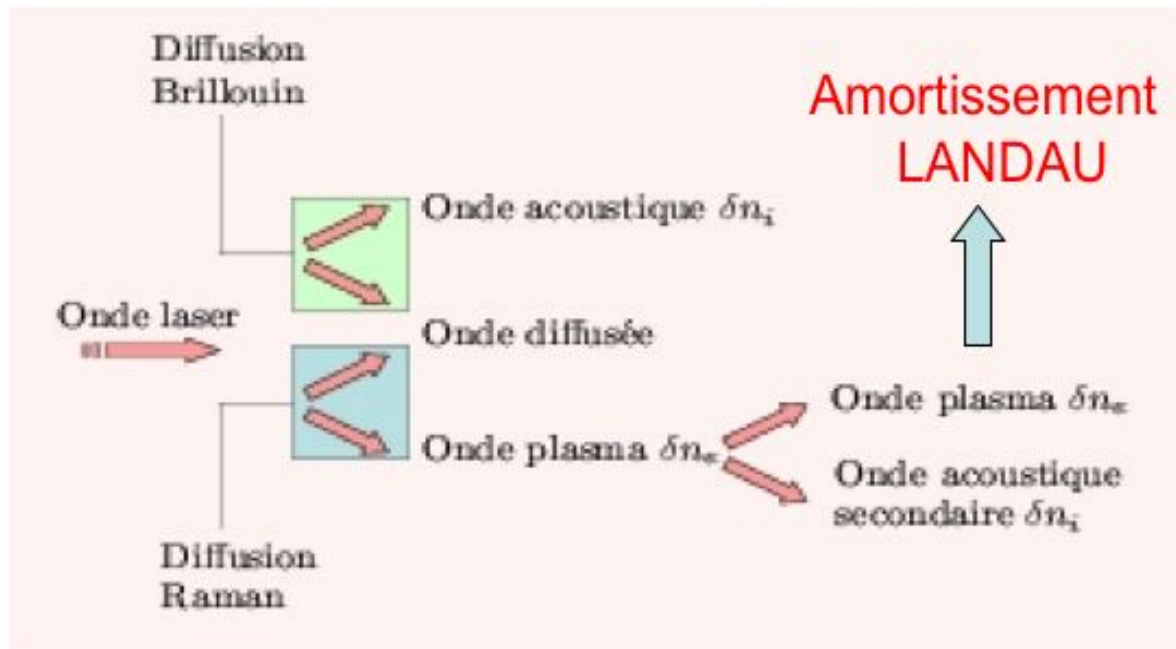
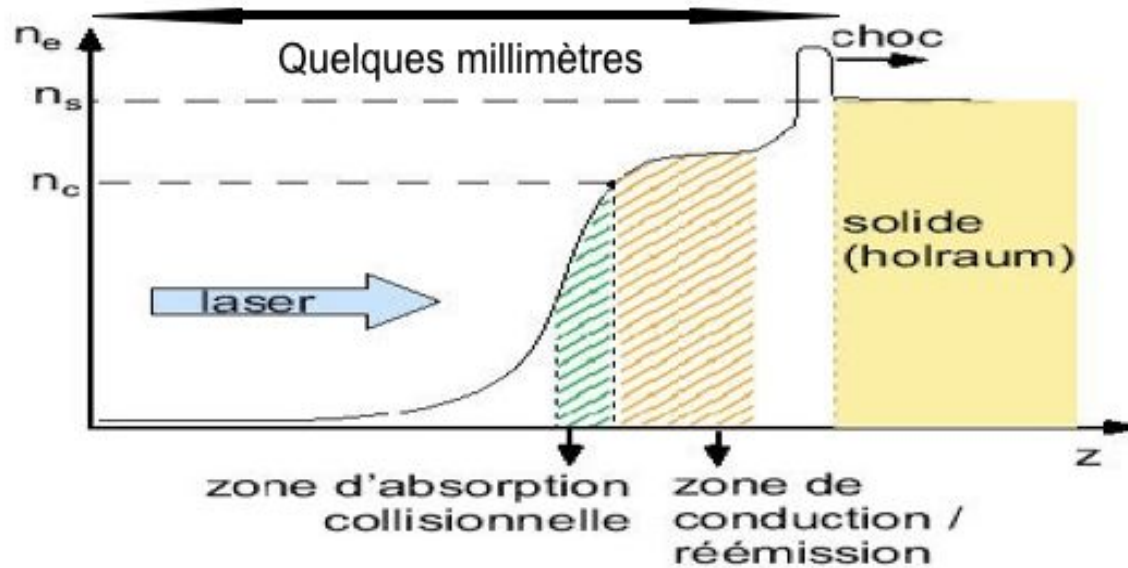
- Ondes électromagnétiques transverses : $\omega_T^2(k) = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2$.

- Ondes plasma électroniques longitudinales :

$$\omega_P^2(k) = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{the}^2 \text{ avec } v_{the} \sim \frac{c}{10}.$$

- Ondes sonores longitudinales : $\omega_S(k) = c_s |k|$ avec $c_s \sim \frac{v_{the}}{50}$.

Les instabilités en présence.



Amortissement Landau : description cinétique.

Effet Landau : déséquilibre cinétique découvert dans les années 50 à partir du système Vlasov-Poisson.

Relation de dispersion des ondes plasmas : analyse onde plane

$$\omega(k) = \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} \lambda_{De}^2 |k|^2 \right) + i\gamma(k)$$

- **Amortissement** des ondes plasma si $\gamma(k) < 0$
- **Transfert d'énergie** vers les électrons.
- **Accélération** des électrons (en général...!).
- **Préchauffage** de la cible néfaste pour le **rendement de la réaction**.

Modèle à disposition.

- Modèles cinétiques: système de Vlasov-Maxwell. Nécessaire d'avoir une échelle de temps, et de l'espace des phases fine.

Modèle à disposition.

- **Modèles cinétiques**: système de Vlasov-Maxwell. Nécessaire d'avoir une échelle de temps, et de l'espace des phases fine.

Contrainte : Temps caractéristique = $\frac{1}{\omega_{pe}}$ (avec $\omega_{pe} \sim 10^{15} \text{ s}^{-1}$) et on

a besoin de décrire les phénomènes sur des temps $10^4 \frac{1}{\omega_{pe}}$ au moins

=> impossible de décrire des comportements en **temps long** (ou des instabilités faible).

Modèle à disposition.

- **Modèles cinétiques**: **système de Vlasov-Maxwell**. Nécessaire d'avoir une échelle de temps, et de l'espace des phases fine.

Contrainte : Temps caractéristique = $\frac{1}{\omega_{pe}}$ (avec $\omega_{pe} \sim 10^{15} \text{ s}^{-1}$) et on

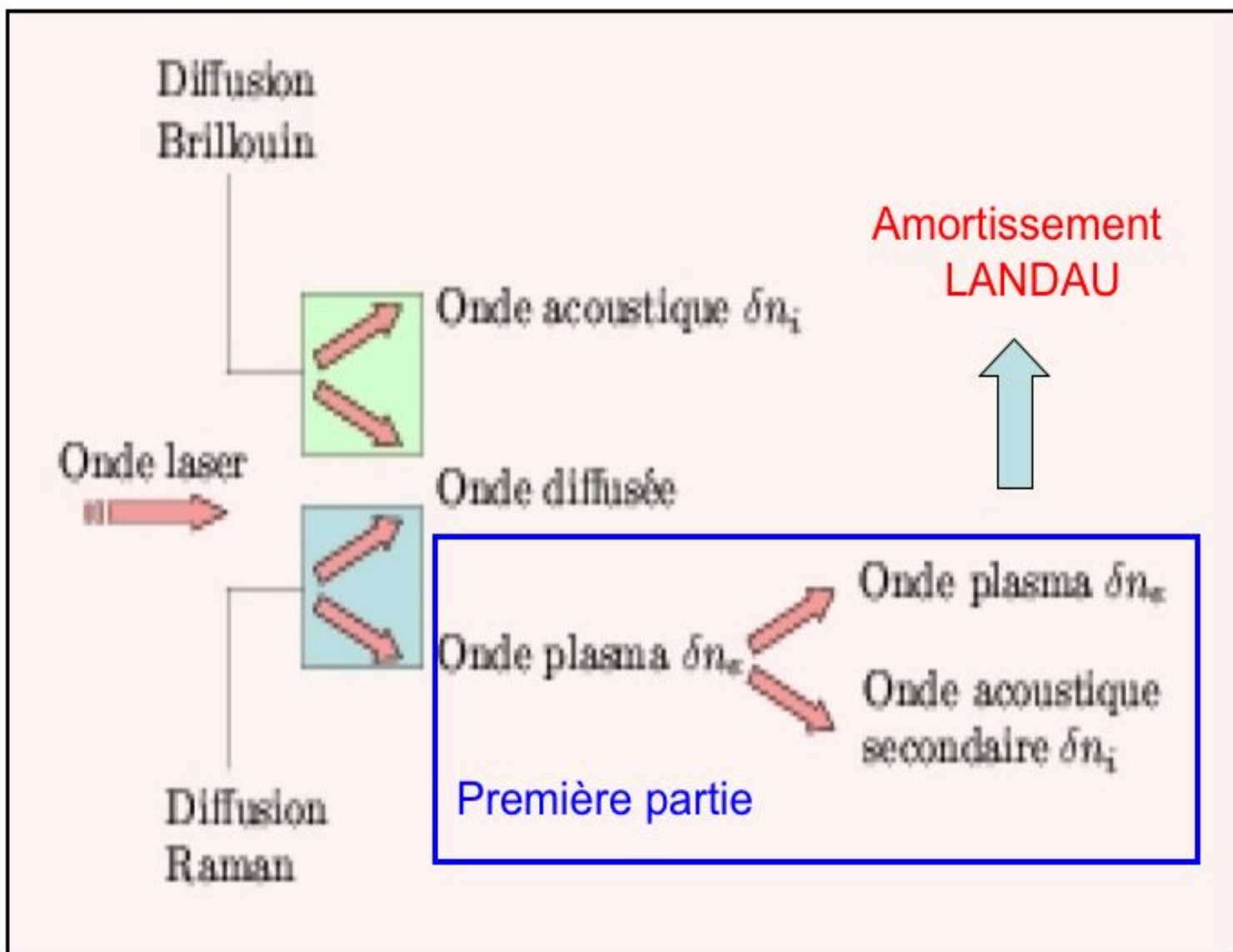
a besoin de décrire les phénomènes sur des temps $10^4 \frac{1}{\omega_{pe}}$ au moins

=> impossible de décrire des comportements en **temps long** (ou des instabilités faible).

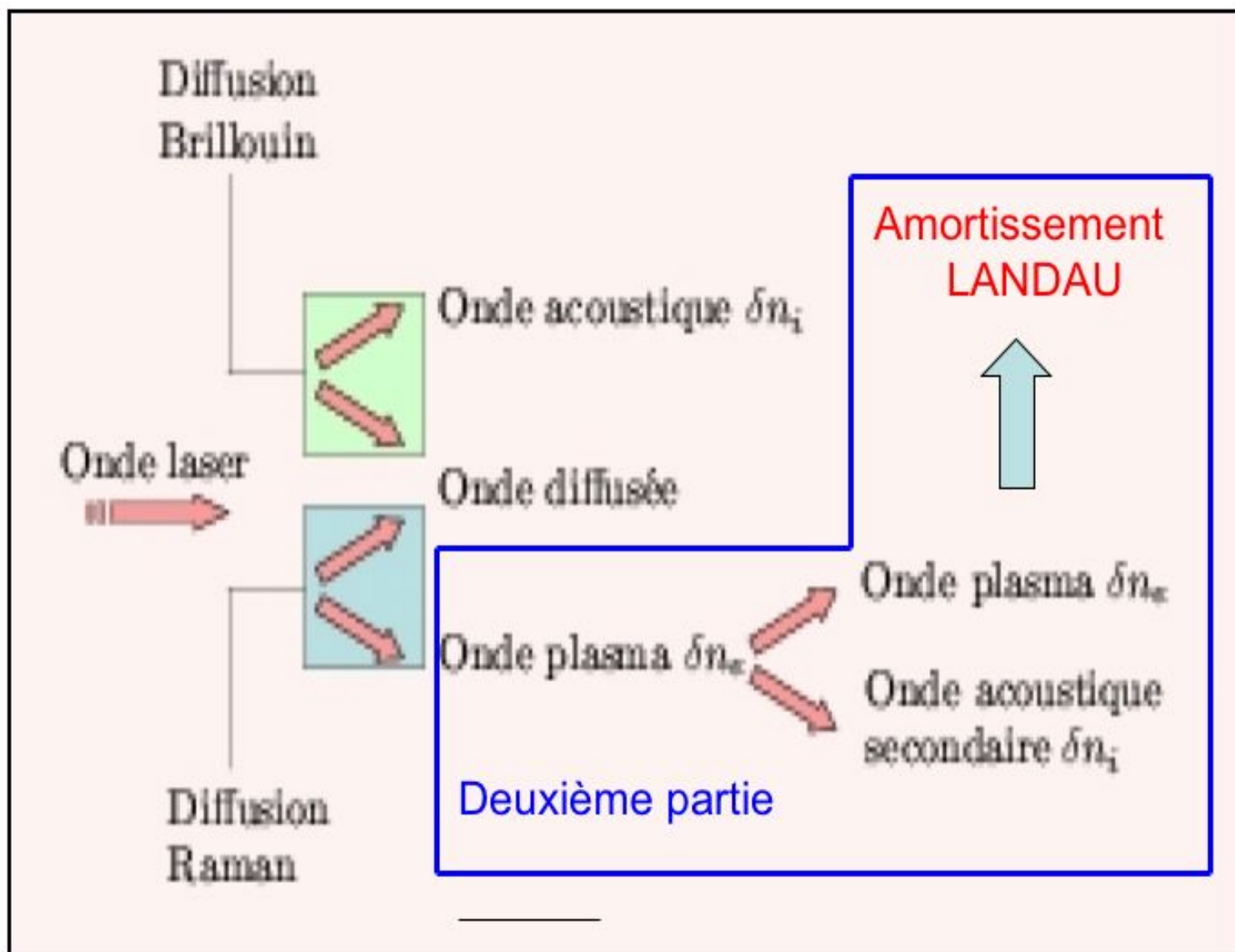
- **Modèles asymptotiques** : (approximation d'enveloppe, approximation paraxiale).

Zakharov a introduit dans les années 70 un modèle d'équations décrivant l'interaction de **l'enveloppe en temps** du champ électrique avec **la partie basse fréquence** de la variation de densité des ions.

Plan



Plan



1.1 La décomposition des ondes plasmas.

Elle correspond à une **interaction résonnante** à trois ondes.

Typiquement, l'onde plasma (k_p, ω_p) créée par effet Raman donne naissance à une autre onde plasma (k_2, ω_2) et une onde acoustique ionique (k_3, ω_3) avec

$$\begin{aligned}\omega_p(k_p) &= \omega_2(k_2) + \omega_3(k_3), \\ k_p &= k_2 + k_3.\end{aligned}$$

Le point de départ est le système de Zakharov

$$2i\omega_{pe}\partial_t \mathbf{E} + 3v_e^2\partial_x^2 \mathbf{E} = \omega_{pe}^2 n \mathbf{E} + \omega_{pe}^2 E_p(x) \exp(i(k_p x - \omega_p t)),$$

$$\partial_t^2 n - c_s^2 \partial_x^2 n = \frac{1}{16\pi n_0 m_i} \partial_x^2 (|\mathbf{E}|^2).$$

avec \mathbf{E} l'enveloppe lentement variable des ondes plasma et n la fluctuation basse fréquence de densité des ions.

1.1 Le système de Zakharov

- **Problème de Cauchy:** Bien compris: Schochet-Weinstein, Ozawa-Tsutsumi, Bourgain, Sulem-Sulem....

1.1 Le système de Zakharov

- **Problème de Cauchy:** Bien compris: Schochet-Weinstein, Ozawa-Tsutsumi, Bourgain, Sulem-Sulem....
- **Explosion en temps fini:** En 2-D: Gnanou-Merle.

1.1 Le système de Zakharov

- **Problème de Cauchy:** Bien compris: Schochet-Weinstein, Ozawa-Tsutsumi, Bourgain, Sulem-Sulem....
- **Explosion en temps fini:** En 2-D: Glangetas-Merle.
- **Numérique:** Glassey, Bao, Payne. Principalement méthodes spectrales.

1.1 Le système de Zakharov

- **Problème de Cauchy:** Bien compris: Schochet-Weinstein, Ozawa-Tsutsumi, Bourgain, Sulem-Sulem....
- **Explosion en temps fini:** En 2-D: Glangetas-Merle.
- **Numérique:** Glassey, Bao, Payne. Principalement méthodes spectrales.
- **Dérivation:** Texier à partir d'Euler-Maxwell en régime "non-linéaire" (2006).

1.1 La décomposition des ondes plasmas.

On adimensionne le système sur une échelle spatio-temporelle caractéristique de l'onde pompe notée respectivement L et T . On choisit L et T t.q. $k_p L \gg 1$ et $\omega_p T \gg 1$ et on pose $k_p L = \frac{k_1}{\varepsilon}$ et $\omega_p L = \frac{\omega_1}{\varepsilon}$ avec $k_1 = O(1)$ et $\omega_1 = k_1^2$.

1.1 La décomposition des ondes plasmas.

On adimensionne le système sur une échelle spatio-temporelle caractéristique de l'onde pompe notée respectivement L et T . On choisit L et T t.q. $k_p L \gg 1$ et $\omega_p T \gg 1$ et on pose $k_p L = \frac{k_1}{\varepsilon}$ et $\omega_p T = \frac{\omega_1}{\varepsilon}$ avec $k_1 = O(1)$ et $\omega_1 = k_1^2$.

Le système s'écrit

$$2i\omega_{pe}\partial_t \mathbf{E} + 3v_e^2 \partial_x^2 \mathbf{E} = \omega_{pe}^2 n \mathbf{E} + \omega_{pe}^2 E_p(x) e^{i(k_p x - \omega_p t)},$$

$$\partial_t^2 n - c_s^2 \partial_x^2 n = \frac{1}{16\pi n_0 m_i} \partial_x^2 (|\mathbf{E}|^2).$$

1.1 La décomposition des ondes plasmas.

On adimensionne le système sur une échelle spatio-temporelle caractéristique de l'onde pompe notée respectivement L et T . On choisit L et T t.q. $k_p L \gg 1$ et $\omega_p T \gg 1$ et on pose $k_p L = \frac{k_1}{\varepsilon}$ et $\omega_p T = \frac{\omega_1}{\varepsilon}$ avec $k_1 = O(1)$ et $\omega_1 = k_1^2$.

La forme adimensionnée s'écrit alors

$$i\partial_t E + \varepsilon \partial_x^2 E = nE + E_p(x) e^{i \frac{k_1 x - \omega_1 t}{\varepsilon}},$$
$$\partial_t^2 n - \partial_x^2 n = \varepsilon \partial_x^2 (|E|^2).$$

1.1 La décomposition des ondes plasmas.

On adimensionne le système sur une échelle spatio-temporelle caractéristique de l'onde pompe notée respectivement L et T . On choisit L et T t.q. $k_p L \gg 1$ et $\omega_p T \gg 1$ et on pose $k_p L = \frac{k_1}{\varepsilon}$ et $\omega_p T = \frac{\omega_1}{\varepsilon}$ avec $k_1 = O(1)$ et $\omega_1 = k_1^2$.

La forme adimensionnée s'écrit alors

$$i\partial_t E + \varepsilon \partial_x^2 E = nE + E_p(x) e^{i \frac{k_1 x - \omega_1 t}{\varepsilon}},$$
$$\partial_t^2 n - \partial_x^2 n = \varepsilon \partial_x^2 (|E|^2).$$

L'idée : montrer que pour des données initiales bien préparées, il existe un intervalle de temps $[0, T^*]$ t.q.

$$E(t, x) = E_1(t, x) e^{i \frac{k_1 x - \omega_1 t}{\varepsilon}} + E_2(t, x) e^{i \frac{k_2 x - \omega_2 t}{\varepsilon}} + O(\varepsilon),$$
$$n(t, x) = n_1(t, x) e^{i \frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{\varepsilon}} + c.c. + O(\varepsilon).$$

Régime ϵ petit.

Si on cherche (E, n) sous la forme

$$E(t, x) = E_1(t, x)e^{i\left(\frac{k_1 x - \omega_1 t}{\epsilon}\right)} + E_2(t, x)e^{i\left(\frac{k_2 x - \omega_2 t}{\epsilon}\right)},$$
$$n(t, x) = n_1(t, x)e^{i\left(\frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{\epsilon}\right)} + c.c.$$

Régime ϵ petit.

Alors $(E_j)_{j=1,2}$ et n_1 vérifient

$$i(\partial_t E_1 + 2k_1 \partial_x E_1) + \epsilon \partial_x^2 E_1 = E_p + n_1 \left(E_2 + E_1 e^{i \frac{k_3 x - \omega_3 t}{\epsilon}} \right),$$

$$i(\partial_t E_2 + 2k_2 \partial_x E_2) + \epsilon \partial_x^2 E_2 = n_1^* \left(E_1 + E_2 e^{-i \frac{k_3 x - \omega_3 t}{\epsilon}} \right),$$

$$-2ik_3(\partial_t n_1 + \partial_x n_1) + \epsilon \square n_1 = -k_3^2 E_1 E_2^* + 2i\epsilon k_3 \partial_x (E_1 E_2^*) + \epsilon^2 \partial_x^2 (E_1 E_2^*).$$

Régime ϵ petit.

Alors $(E_j)_{j=1,2}$ et n_1 vérifient

$$i(\partial_t E_1 + 2k_1 \partial_x E_1) + \epsilon \partial_x^2 E_1 = E_p + n_1 \left(E_2 + E_1 e^{i \frac{k_3 x - \omega_3 t}{\epsilon}} \right),$$

$$i(\partial_t E_2 + 2k_2 \partial_x E_2) + \epsilon \partial_x^2 E_2 = n_1^* \left(E_1 + E_2 e^{-i \frac{k_3 x - \omega_3 t}{\epsilon}} \right),$$

$$-2ik_3(\partial_t n_1 + \partial_x n_1) + \epsilon \square n_1 = -k_3^2 E_1 E_2^* + 2i\epsilon k_3 \partial_x (E_1 E_2^*) + \epsilon^2 \partial_x^2 (E_1 E_2^*).$$

Formellement quand ϵ tend vers 0,

$$\partial_t E_1 + 2k_1 \partial_x E_1 = -in_1 E_2 - iE_p,$$

$$\partial_t E_2 + 2k_2 \partial_x E_2 = -in_1^* E_1,$$

$$\partial_t n_1 + \partial_x n_1 = -\frac{ik_3}{2} E_1 E_2^*.$$

Résultat de convergence.

Si on note

$$\mathcal{E}_{app}(t, x) = \sum_{j=1}^2 E_j(t, x) e^{i \frac{k_j x - \omega_j t}{\varepsilon}}$$
$$\mathcal{N}_{app} = n_1(t, x) e^{i \frac{(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t}{\varepsilon}} + c.c.$$

avec E_1 , E_2 et n_1 vérifiant le système limite, alors pour des données initiales bien préparées on a

Théorème 1 *Il existe un temps T^* indépendant de ε tel que*

$$|(E - \mathcal{E}_{app}, N - \mathcal{N}_{app})|_{L^\infty([0, T^*]; H^{s-2})} = O(\varepsilon), \quad s > \frac{7}{2}.$$

- Développement WKB à deux phases de type optique géométrique
: Joly-Métivier-Rauch.

Illustration numérique.

- $E_p(x) = 10^{-2}e^{-\delta L(x-0.5L)^2}$ avec $L = 300\pi$
- Les données initiales sont $E_1(t = 0) = 0.2e^{-\delta L(x-0.5L)^2}$,
 $E_2(t = 0) = 10^{-3}e^{-\delta L(x-0.5L)^2}$ et $n_1(t = 0) = 0$
- On choisit $k_1 = 5$ et on résout

$$k_1 = k_2 + k_3,$$

$$\omega_1(k_1) = \omega_2(k_2) + \omega_3(k_3)$$

et on construit $E(0, x) = E_1(0)e^{i\frac{k_1 x}{\epsilon}} + E_2(0)e^{i\frac{k_2 x}{\epsilon}}$.

Illustration numérique

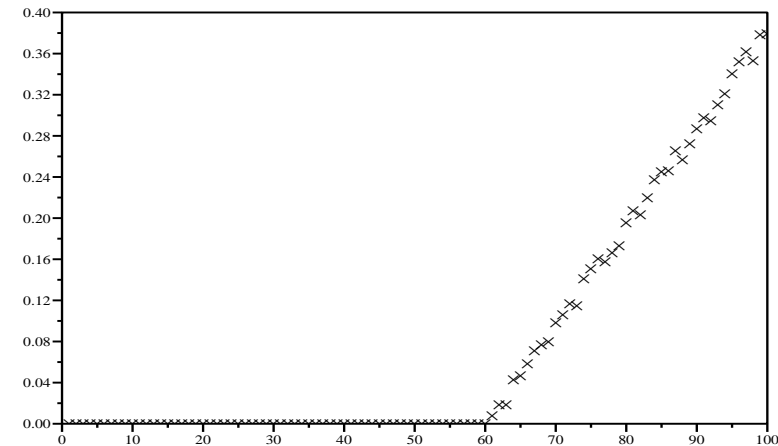
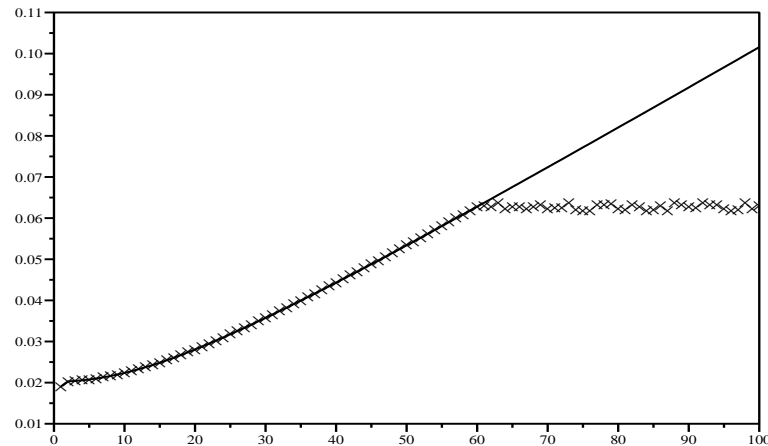


Figure 1: gauche : $|E_{app}|_{l^\infty}(t)$ en trait plein, $|E|_{l^\infty}(t)$ en pointillés, droite : l'erreur relative.

2. Modèle de Zakharov-Landau

Hypothèses:

- Plasma **homogène non-magnétisé** de densité n_0 constitué d'électrons ($-e$) et d'ions ($+e$).
- Distribution des ions Maxwellienne.
- Dimension 1 dans l'espace des phases (x, v) .

2. Modèle de Zakharov-Landau

Hypothèses:

- Plasma **homogène non-magnétisé** de densité n_0 constitué d'électrons ($-e$) et d'ions ($+e$).
- Distribution des ions Maxwellienne.
- Dimension 1 dans l'espace des phases (x, v) .

Avec ces hypothèses, le système de Vlasov-Maxwell s'écrit

$$\partial_t f_e(x, v, t) + v \partial_x f_e(x, v, t) - \frac{e}{m_e} E \partial_v f_e(x, v, t) = 0,$$

$$\partial_t E = -4\pi j.$$

avec $f_e(x, v, t)$ la fonction de distribution des électrons dans le plasma et j la densité de courant.

2. Modèle de Zakharov-Landau

Hypothèses:

- Plasma **homogène non-magnétisé** de densité n_0 constitué d'électrons ($-e$) et d'ions ($+e$).
- Distribution des ions Maxwellienne.
- Dimension 1 dans l'espace des phases (x, v) .

Avec ces hypothèses, le système de Vlasov-Maxwell s'écrit

$$\partial_t f_e(x, v, t) + v \partial_x f_e(x, v, t) - \frac{e}{m_e} E \partial_v f_e(x, v, t) = 0,$$

$$\partial_t E = -4\pi j.$$

avec $f_e(x, v, t)$ la fonction de distribution des électrons dans le plasma et j la densité de courant.

Le modèle Zakharov-Landau adimensionné

$$i(\partial_t \mathcal{E} + \nu *_x \mathcal{E}) + \partial_x^2 \mathcal{E} = \delta n \mathcal{E} + E_p e^{i(k_1 x - \omega_1 t)},$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|\mathcal{E}|^2),$$

$$\widehat{v}(t, \xi) = -\frac{1}{\xi |\xi|} \partial_v F_0(t, v = \frac{1}{\xi}), \text{ si } \xi \in \Omega_\xi, 0 \text{ sinon,}$$

$$\partial_t F_0 = \partial_v (D(t, v) \partial_v F_0), \quad D(t, v) = \frac{1}{|v|} \left| \widehat{\mathcal{E}} \left(\xi = \frac{1}{v}, t \right) \right|^2, \quad v \in \Omega_v$$

avec F_0 , la moyenne spatiale de f_e .

Couplage non-linéaire fortement non local.

Problème de Cauchy

On ne sait pas traiter le cas général.

On fait $\mu = +\infty$ (régime sub-sonique) dans

$$i(\partial_t \mathcal{E} + \nu * \mathcal{E}) + \partial_x^2 \mathcal{E} = \delta n \mathcal{E} + E_p e^{i(k_1 x - \omega_1 t)},$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|\mathcal{E}|^2).$$

$$\partial_t F_0 = \partial_v (D(t, v) \partial_v F_0). \quad (-11)$$

et on pose $H_e(t, \xi) = F_0(t, v = \frac{1}{\xi})$ alors ,

Problème de Cauchy

$$i(\partial_t E + \nu *_x E) + \partial_x^2 E = -|E|^2 E + E_p e^{i(k_1 x - \omega_1 t)},$$

$$\partial_t H_e - \xi^2 \partial_\xi (|\xi|^3 |\hat{E}|^2 \partial_\xi H_e) = 0, \quad \forall \xi \in \Omega,$$

$$\hat{\nu}(t, \xi) = \text{sgn}(\xi) \partial_\xi H_e(t, \xi) 1_\Omega.$$

où $\Omega = [-A, -a] \cup [a, A]$ avec $0 < a < A$.

Problème de Cauchy

$$i(\partial_t E + \nu *_x E) + \partial_x^2 E = -|E|^2 E + E_p e^{i(k_1 x - \omega_1 t)},$$

$$\partial_t H_e - \xi^2 \partial_\xi (|\xi|^3 |\hat{E}|^2 \partial_\xi H_e) = 0, \quad \forall \xi \in \Omega,$$

$$\hat{\nu}(t, \xi) = \text{sgn}(\xi) \partial_\xi H_e(t, \xi) 1_\Omega.$$

où $\Omega = [-A, -a] \cup [a, A]$ avec $0 < a < A$.

Théorème On prend $E_p \in L^\infty(\mathbb{R}^+; H^1)$ telle que

$\widehat{E}_p \in L^\infty(\mathbb{R}^+; H^1(\mathbb{R}) \cap H^2(\Omega))$.

Alors il existe $T^* > 0$ et une unique solution (E, H_e) avec

$$(E, \hat{E}) \in L^\infty([0, T^*]; H^1(\mathbb{R})) \times L^\infty([0, T^*]; H^2(\Omega) \cap H^1(\mathbb{R}))$$

$$H_e \in L^\infty([0, T^*]; H_n^2(\Omega))$$

- De plus si $\hat{\nu}(0, \xi) \geq 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}$ alors $\forall t \in [0, T^*[, \hat{\nu}(t, \xi) \geq 0$.

2.2 Schéma numérique

Le système quasilinéaire a la propriété suivante :

$$\int \frac{1}{\xi^2} H_e(t, \xi) d\xi = \int \frac{1}{\xi^2} H_e(0, \xi) d\xi, \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int \frac{1}{\xi^4} H_e(t, \xi) = \int \hat{\nu}(t, \xi) |\hat{E}|^2$$

.

2.2 Schéma numérique

Le système quasilinéaire a la propriété suivante :

$$\int \frac{1}{\xi^2} H_e(t, \xi) d\xi = \int \frac{1}{\xi^2} H_e(0, \xi) d\xi, \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int \frac{1}{\xi^4} H_e(t, \xi) = \int \hat{\nu}(t, \xi) |\hat{E}|^2$$

.

Schéma aux différences finies pour la diffusion:

$$\partial_t H_e - \xi^2 \partial_\xi (|\xi|^3 |\hat{E}|^2 \partial_\xi H_e) = 0$$

$$\frac{1}{\Delta t} (H_{j+\frac{1}{2}}^{k+1} - H_{j+\frac{1}{2}}^k) + (AH)_{j+\frac{1}{2}}^{k+1} = 0$$

2.2 Schéma numérique

Le système quasilinéaire a la propriété suivante :

$$\int \frac{1}{\xi^2} H_e(t, \xi) d\xi = \int \frac{1}{\xi^2} H_e(0, \xi) d\xi, \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int \frac{1}{\xi^4} H_e(t, \xi) = \int \hat{\nu}(t, \xi) |\hat{E}|^2$$

·
Schéma aux différences finies pour la diffusion:

$$\partial_t H_e - \xi^2 \partial_\xi (|\xi|^3 |\hat{E}|^2 \partial_\xi H_e) = 0$$

$$\frac{1}{\Delta t} (H_{j+\frac{1}{2}}^{k+1} - H_{j+\frac{1}{2}}^k) + (AH)_{j+\frac{1}{2}}^{k+1} = 0$$

où $AH_{j+\frac{1}{2}}$ est la discrétisation de $-\xi^2 \partial_\xi (\beta(t, \xi) \partial_\xi H_e)$ sous forme conservative au point $\xi_{j+\frac{1}{2}}$ avec $\beta(t, \xi) = |\xi|^3 |\hat{E}|^2$. On choisit A afin de satisfaire la **conservation d'énergie**.

Schéma numérique pour la diffusion.

On choisit A tel que :

$$(AH)_{j+\frac{1}{2}} = -\frac{\xi_{j+\frac{1}{2}}^2}{\Delta\xi} \left[\beta(\xi_{j+1}, t) \frac{H_{j+\frac{3}{2}} - H_{j+\frac{1}{2}}}{\Delta\xi} - \beta(\xi_j, t) \frac{H_{j+\frac{1}{2}} - H_{j-\frac{1}{2}}}{\Delta\xi} \right]$$

Schéma numérique pour la diffusion.

On choisit A tel que :

$$(AH)_{j+\frac{1}{2}} = -\frac{\xi_{j+\frac{1}{2}}^2}{\Delta\xi} \left[\beta(\xi_{j+1}, t) \frac{H_{j+\frac{3}{2}} - H_{j+\frac{1}{2}}}{\Delta\xi} - \beta(\xi_j, t) \frac{H_{j+\frac{1}{2}} - H_{j-\frac{1}{2}}}{\Delta\xi} \right]$$

Proposition Le bon choix de discrétisation de $\beta(t, \xi) = |\xi|^3 |\hat{E}|^2$ au point (t_k, ξ_l) est

$$\beta_l^k = \frac{\xi_{l+\frac{1}{2}}^2 \xi_{l-\frac{1}{2}}^2}{|\xi_{l+\frac{1}{2}} + \xi_{l-\frac{1}{2}}|} |\hat{E}_l^k|^2$$

Schéma numérique pour la partie Zakharov.

Splitting en temps :

- Etape 1: Sur un demi pas de temps : on résoud

$$i (\partial_t E + \nu * E) + \partial_x^2 E = E_p(x) e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}.$$

Schéma numérique pour la partie Zakharov.

Splitting en temps :

- Etape 1: Sur un demi pas de temps : on résoud

$$i (\partial_t E + \nu * E) + \partial_x^2 E = E_p(x) e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}.$$

- Etape 2: Sur un pas de temps, on résoud :

$$i \partial_t E = \delta n E$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|E|^2)$$

Schéma numérique pour la partie Zakharov.

Splitting en temps :

- Etape 1: Sur un demi pas de temps : on résoud

$$i (\partial_t E + \nu * E) + \partial_x^2 E = E_p(x) e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}.$$

- Etape 2: Sur un pas de temps, on résoud :

$$i \partial_t E = \delta n E$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|E|^2)$$

- Etape 3: => Etape 1.

Schéma numérique pour la partie Zakharov.

Splitting en temps :

- Etape 1: Sur un demi pas de temps : on résoud

$$i (\partial_t E + \nu * E) + \partial_x^2 E = E_p(x) e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}.$$

- Etape 2: Sur un pas de temps, on résoud :

$$i \partial_t E = \delta n E$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|E|^2)$$

- Etape 3: => Etape 1.

CL périodique + méthode spectrale pour les 3 étapes.

Schéma numérique pour la partie Zakharov.

Splitting en temps :

- Etape 1: Sur un demi pas de temps : on résoud

$$i(\partial_t E + \nu * E) + \partial_x^2 E = E_p(x)e^{i(k_1 x - \omega_1 t)}.$$

- Etape 2: Sur un pas de temps, on résoud :

$$i\partial_t E = \delta n E$$

$$\partial_t^2 \delta n - \mu \partial_x^2 \delta n = \mu \partial_x^2 (|E|^2)$$

- Etape 3: => Etape 1.

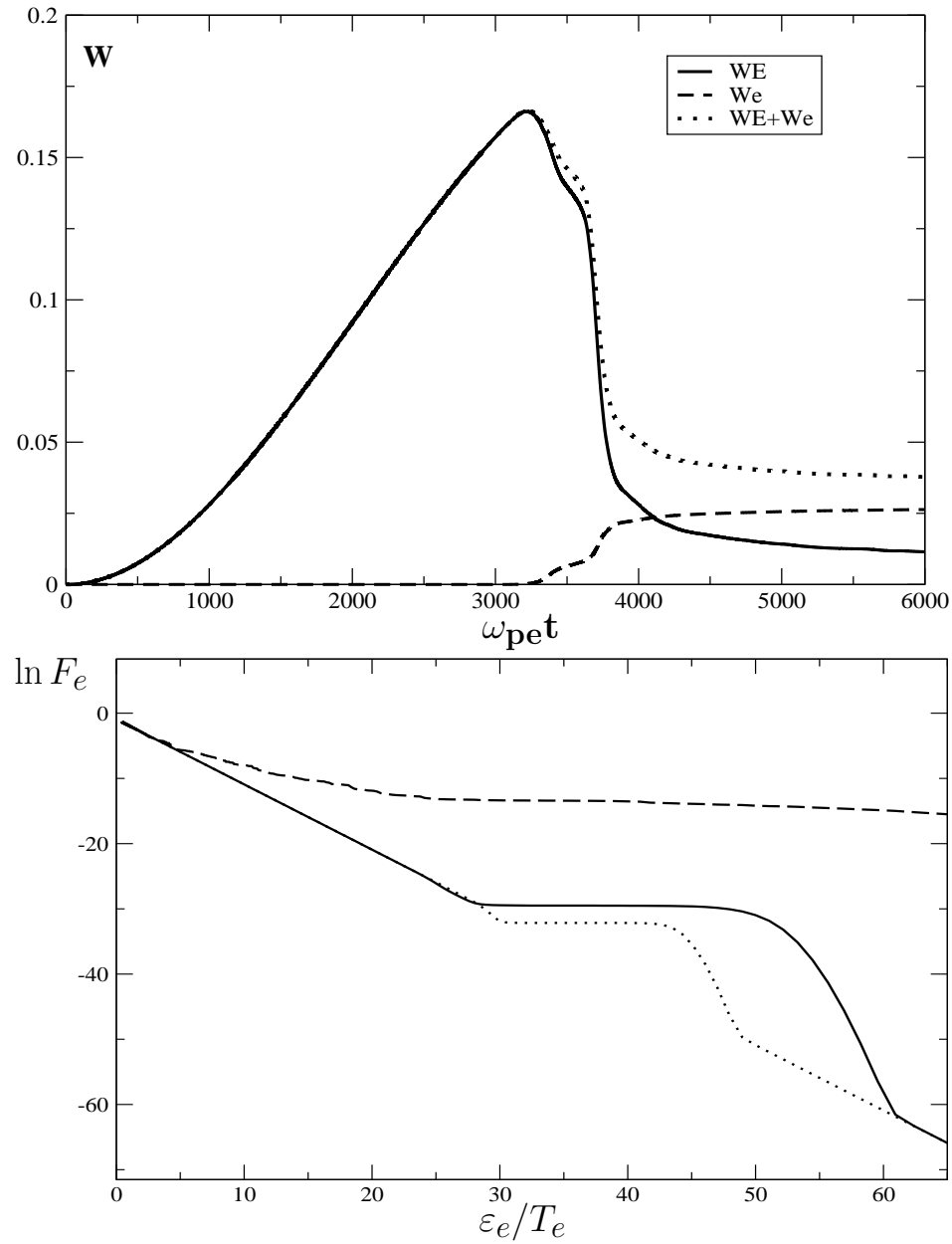
Proposition Si $\hat{\nu}_0 \geq 0$ alors

$$\left\| E^{k+1} \right\|_{l^2}^2 \leq \left\| E^k \right\|_{l^2}^2 + \Delta t^2 \|E_p\|_{l^2}^2$$

Résultats numérique

- $S(t, x) = 7.6.10^{-3} \exp[-(x - L/4)^2 / 2\Delta L^2] \exp[i(k_1 x - \omega_1 t)]$.
- $L = 6000, \Delta L = 250\lambda_{De}, k_1 = 0.12, \omega_1 = k_1^2$.
- $\mathcal{E}(t = 0, x) = 0, \delta n(t = 0, x) = 0, F_0(t = 0, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}}$.

Echange d'énergie et fonction de distribution



Pour différents paramètres

Table 1: Niveau de saturation des ondes plasma en fonction de $k_1 \lambda_{De}$ pour $S_0 = 7.6 \times 10^{-3}$ and $\Delta L / \lambda_{De} = 250$.

$k_p \lambda_{De}$	ε_{ph}/T_e	max W_E	$W_{E\ sat}$	$W_{e\ sat}$	W_{tot}	T_h/T_e	$n_h/n_0, \%$
0.12	34.7	0.17	0.012	0.025	0.037	10	0.25
0.15	22.2	0.18	0.01	0.035	0.036	9	0.39
0.18	15.4	0.21	0.007	0.048	0.055	9.5	0.50
0.22	10.3	0.24	0.014	0.028	0.042	8	0.35
0.24	8.7	0.26	0.016	0.023	0.03	7,5	0.30
0.26	7.4	0.32	0.021	0.018	0.036	7	0.22